

POSTULATS DE LA DYNAMIQUE

2

Isaac Newton (1642-1727) – physicien et mathématicien anglais – fut le théoricien le plus respecté du XVII^e siècle. Il publie en 1687 son ouvrage phare *Naturalis Philosophiæ Principia Mathematica* dans lequel il jette les bases mathématiques de sa mécanique : il réussit le tour de force d’unifier les lois de la mécanique terrestre (chute des corps) avec les lois de la mécanique céleste. Son traitement du mouvement des planètes en accord avec les lois de Kepler, transformera cette théorie en un véritable pilier de la physique moderne pendant plus de deux siècles, jusqu’à l’arrivée d’un certain Albert Einstein... Newton fonde sa théorie sur trois principes que nous allons détailler. Insistons sur le fait que ces trois principes forment un tout indissociable et cohérent.

Ce chapitre est accessible en ligne à l’adresse :

<https://femto-physique.fr/mecanique/postulats-de-la-dynamique.php>

2.1 Lois de Newton	15
Notion de point matériel . .	15
Quantité de mouvement . .	16
Principe d’inertie	16
PFD	17
Théorème du centre d’inertie	18
2.2 Interactions fondamentales	20
Généralités	20
Gravitation	22
Électromagnétisme	23
Les interactions nucléaires .	25
2.3 Lois phénoménologiques .	25
Contact solide-solide	25
Contact fluide-solide	26
Tension	27

2.1 Lois de Newton

Notion de point matériel

La mécanique newtonienne repose sur un concept clé : le **point matériel**. En effet, on admet que tout système mécanique peut, à partir d’une certaine échelle, se décomposer en points matériels, sans structure interne (on peut penser aux atomes mais ce n’est pas nécessaire) qui interagissent les uns avec les autres *via* des forces qu’il s’agit de modéliser.

Le point matériel

Un système mécanique sera assimilé à un point matériel si son état (position, mouvement) est complètement décrit à l’aide de trois coordonnées spatiales au maximum.

De plus, un point matériel se caractérise par une propriété dynamique : la masse inerte notée m mesurant l’inertie du mouvement. Cette quantité est un scalaire positif et s’exprime en kilogrammes (symbole kg) dans le Système international d’Unités.

La connaissance des lois qui régissent le mouvement d’un point matériel permet de décrire l’évolution de tout système matériel. La mécanique céleste, la mécanique des solides et la mécanique des fluides reposent sur cette approche réductionniste.

Nous verrons plus tard qu'il est possible, dans certaines conditions, d'assimiler un système macroscopique à un point matériel. Pour l'instant il suffit d'admettre qu'il existe une échelle à partir de laquelle ce réductionnisme est possible.

Quantité de mouvement

Définition

Un point matériel M en mouvement dans un référentiel \mathcal{R} , acquiert une quantité de mouvement (ou impulsion)

$$\vec{p}_M \triangleq m \vec{v}_M \quad (2.1)$$

avec m désignant la *masse inerte* du point matériel

La quantité de mouvement d'un système de points se construit en sommant les contributions de chaque point matériel. Ainsi, la quantité de mouvement d'un système mécanique \mathcal{S} formé de N points matériels $M_i, i \in \{1, \dots, N\}$ de masse $m_i, i \in \{1, \dots, N\}$ s'écrit

$$\vec{p}_\mathcal{S} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{v}_{M_i} = \sum_{i=1}^N m_i \frac{d\vec{OM}_i}{dt}$$

Si maintenant nous définissons le *centre d'inertie* G comme étant le *barycentre des masses inertes*¹¹ :

$$m \vec{OG} = \sum_{i=1}^N m_i \vec{OM}_i \quad \text{avec} \quad m = \sum_i m_i$$

il vient alors, par dérivation :

$$m \frac{d\vec{OG}}{dt} = \sum_{i=1}^N m_i \frac{d\vec{OM}_i}{dt}$$

Ainsi, la quantité de mouvement d'un système de points matériels \mathcal{S} , de masse totale m , est la même que celle d'un point matériel de même masse et situé au centre d'inertie G .

$$\vec{p}_\mathcal{S} = m \frac{d\vec{OG}}{dt} = m \vec{v}_G \quad \heartsuit \quad (2.2)$$

Principe d'inertie

Le principe d'inertie est un des piliers de la mécanique newtonienne. C'est Galilée qui en eût l'intuition et Newton qui le formalisa dans ses *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica*. L'idée sous-jacente du principe d'inertie est l'homogénéité de l'espace : un corps isolé n'a aucune raison d'aller plus à droite qu'à gauche ni plus vers l'arrière que vers l'avant ; le mouvement naturel est le mouvement rectiligne uniforme.

11: La position de G ne dépend pas du choix de O . En effet, si nous considérons un autre point fixe O' , la définition de G peut s'écrire

$$m \vec{OO'} + m \vec{O'G} = \sum_i m_i (\vec{OO'} + \vec{O'M}_i)$$

c'est-à-dire

$$m \vec{O'G} = \sum_i m_i \vec{O'M}_i$$

Par ailleurs, si l'on place O en G on obtient une autre définition de G :

$$\sum_i m_i \vec{GM}_i = \vec{0}$$

Principe d'inertie

Dans un référentiel galiléen, un point matériel isolé (libre de toute influence extérieure) conserve sa quantité de mouvement. En conséquence, sa trajectoire est rectiligne uniforme.

Insistons sur le fait que ce principe *définit* la notion de référentiel galiléen. On montre dans le [Chapitre 8](#) sur les référentiels non galiléens, que tout référentiel en translation rectiligne uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen. C'est pourquoi, il suffit de trouver un référentiel galiléen pour en trouver une infinité. Cependant, le caractère galiléen étant lié à la validité du principe d'inertie, il est tributaire de la précision avec laquelle on procède à cette vérification. Ainsi, nous ne connaissons pas de référentiels *absolument* galiléens mais seulement des référentiels *approximativement galiléens* sur une certaine échelle de temps. Par exemple, le référentiel terrestre *n'est pas* galiléen mais les manifestations de son caractère non galiléen sont, en première approximation, négligeables. Par conséquent, sauf avis contraire, le référentiel terrestre sera considéré galiléen.

Principe fondamental de la dynamique

Nous venons de voir que dans certains référentiels, si les actions exercées sur un point matériel M se compensent, sa quantité de mouvement se conserve. Ainsi, toute variation de quantité de mouvement est la signature d'une action non compensée de l'environnement que l'on modélise à l'aide du concept de *vecteur force*. La deuxième loi de Newton – dite aussi *principe fondamental de la dynamique* – postule simplement que l'action d'une force est de faire varier la quantité de mouvement de façon proportionnelle :

Principe Fondamental de la Dynamique (PFD)

Dans un référentiel galiléen \mathcal{R} , un point matériel M soumis à une force \vec{f} voit sa quantité de mouvement varier d'autant plus vite que la force est importante. L'équation du mouvement est donnée par

$$\frac{d\vec{p}_M}{dt} = m\vec{a}_M = \vec{f} \quad (2.3)$$

Détaillons certains aspects de ce postulat :

- Tout d'abord on voit ici que la masse m mesure *l'inertie du point matériel* dans le sens où plus sa masse est importante plus il sera difficile de modifier son vecteur vitesse. Par ailleurs, la mécanique newtonienne suppose l'invariance de la masse par changement de référentiel.
- La grandeur \vec{f} est un vecteur qui décrit l'action de l'environnement extérieur sur le point M. La force présente un point d'application (ici M), une direction, un sens et une intensité. Notez bien, que la seconde loi de Newton *n'est pas* une définition

de la force mais bien un principe d'évolution qui dit comment la nature se comporte. C'est en associant ce postulat aux lois d'interaction que l'on peut prévoir les mouvements. De même que pour la masse, la force est invariante par changement de référentiel en mécanique classique.

- L'équation du mouvement est une *équation vectorielle* qui peut s'écrire comme trois équations différentielles de la forme

$$\begin{cases} m\ddot{x} &= f_x(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) \\ m\ddot{y} &= f_y(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) \\ m\ddot{z} &= f_z(x, y, z, \dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, t) \end{cases}$$

On peut montrer que, moyennant quelques hypothèses mathématiques peu restrictives, la solution existe et est unique à condition de connaître la position et la vitesse du point M à l'instant initial.

Dans le Système international d'unités, une force se mesure en newtons (symbole N) en hommage à Isaac Newton. L'analyse dimensionnelle de l'équation du mouvement permet de relier le newton aux autres unités de base du SI :

$$[f] = \text{MLT}^{-2} \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ N} = 1 \text{ kg.m.s}^{-2}$$

La seconde loi de Newton est valide tant que les vitesses envisagées sont petites devant $c \approx 3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$. Dans le cas contraire le problème relève de la Relativité Restreinte¹² (Einstein 1905).

12: Notez cependant que le principe d'inertie et le principe fondamental de la dynamique sont conservés en relativité restreinte à condition de redéfinir la quantité de mouvement.

[3]: HACYAN (2009), "What does it mean to modify or test Newton's second law?"

Remarque : Dans le cadre newtonien, c'est-à-dire pour des vitesses faibles devant c , certains auteurs remettent en cause le PFD pour les très faibles accélérations ($a \lesssim 10^{-10} \text{ m.s}^{-2}$) et proposent une théorie modifiée (théorie MOND pour MODified Newtonian Dynamics[3]) ce qui leur permet de justifier l'anomalie du profil des vitesses dans les galaxies sans avoir recours au concept mystérieux de masse cachée.

Théorème du centre d'inertie

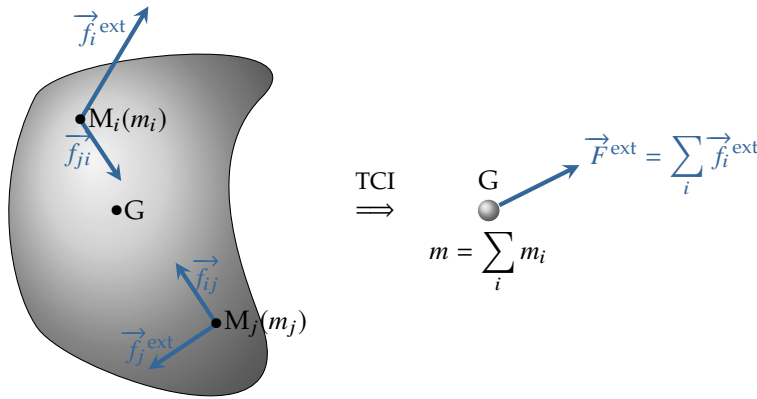
Newton ajoute enfin un troisième principe.

3^e loi de Newton ou principe des actions réciproques

Tout corps A exerçant une force sur un corps B, subit de la part de B une force d'intensité égale, de même droite d'action et de sens opposé¹³. Autrement dit, **les actions réciproques sont opposées et coaxiales.**

13: La troisième loi suppose implicitement que l'action se propage de façon instantanée. En fait, un des résultats importants de la théorie de la Relativité est qu'il est impossible de transmettre une information plus vite que c , c'est pourquoi le principe des actions réciproques n'est plus valide en relativité.

Ce principe permet d'établir le théorème du centre d'inertie. Considérons un système \mathcal{S} de N points matériels $M_i, i \in \{1, \dots, N\}$ (cf. Figure 2.1). Ce système est le siège d'actions extérieures \vec{f}_i^{ext} (pesanteur par exemple) et d'actions internes \vec{f}_{ji} du point M_j sur le point M_i .



Système \mathcal{S} de points matériels

FIGURE 2.1 – Illustration du théorème du centre d’inertie.

Lorsque l’on applique le PFD à chaque particule M_i on obtient, dans le référentiel d’étude supposé galiléen,

$$\frac{d\vec{p}_i}{dt} = \vec{f}_i^{\text{ext}} + \sum_{j \neq i} \vec{f}_{ji}$$

Par ailleurs, en vertu du principe des actions réciproques, les forces internes se compensent deux à deux. Aussi, sommons toutes les équations du mouvement de chaque particule de façon à annuler les actions internes :

$$\sum_i \frac{d\vec{p}_i}{dt} = \frac{d\vec{p}_S}{dt} = \sum_i \vec{f}_i^{\text{ext}}$$

Et compte tenu de la relation (2.2), on obtient le théorème de la résultante cinétique.

Théorème du centre d’inertie (TCI)

Dans un référentiel \mathcal{R} galiléen, le centre d’inertie d’un système matériel vérifie l’équation

$$\frac{d\vec{p}_S}{dt} = m\vec{a}_G = \vec{F}^{\text{ext}}$$

où \vec{F}^{ext} désigne la résultante des forces extérieures.

Ainsi, le centre d’inertie a le même mouvement qu’un point matériel de masse m soumis à la force \vec{F}^{ext} .

Le théorème de la résultante cinétique signifie donc que le mouvement du centre d’inertie ne dépend que de la connaissance des actions extérieures au système. Cependant il *ne signifie pas* que l’on peut assimiler un système matériel à un point matériel (ici G affecté de la masse m) au sens où la résultante des forces extérieures peut ne pas dépendre exclusivement des coordonnées de G mais d’autres variables liées à la structure interne du système. Pour s’en convaincre il suffit de faire dévaler à un œuf une pente : suivant que l’œuf est cuit ou pas, on observera deux mouvements différents¹⁴.

En revanche, si le système n’est pas trop grand par rapport aux corps

14: Dans cet exemple on peut montrer que la force de frottement solide dépend de la structure interne de l’œuf.

avec lesquels il interagit et suffisamment éloigné d'eux, alors la résultante des forces ne dépend que de la position (et éventuellement de la vitesse) du centre d'inertie G . Par ailleurs, si le système est rigide et en translation (éventuellement associée à une rotation uniforme), alors la dynamique du corps ne dépend que des coordonnées du centre d'inertie. Dans ce cas, on peut assimiler le système à un point matériel de masse, la masse totale et de position celle du centre d'inertie. Par exemple, le mouvement orbital de la Terre peut être assimilé à celui d'une masse ponctuelle située en son centre liée par gravitation avec les autres astres (notamment le Soleil) de l'Univers. En effet, d'une part les distances qui séparent les astres sont très grandes devant le diamètre terrestre (environ 13 000 km) et d'autre part la Terre est une boule relativement rigide en rotation quasi uniforme. Il faut cependant avoir à l'esprit qu'il s'agit bien d'une idéalisation car si l'on y regarde d'un peu plus près, notre planète est constituée de parties déformables (un noyau liquide, des océans et une atmosphère) qui ont une influence sur la rotation propre de la Terre ainsi que sur son orbite. La Lune qui est l'astre le plus proche exerce une action légèrement différente sur les océans et sur le centre de la Terre de sorte que cela modifie le mouvement relatif des différentes parties¹⁵.

15: Dans un système planète-Lune, les mouvements de marée dissipent progressivement l'énergie ce qui engendre une circularisation des orbites ainsi qu'une synchronisation des rotations propres. Dans le cas de la Terre, la puissance dissipée est de l'ordre de 4 TW ce qui produit une augmentation de la durée du jour d'environ 2 ms par siècle et un éloignement de la Lune d'environ 4 cm par an. On voit donc, qu'à l'échelle de l'année ces phénomènes sont totalement négligeables [voir 4].

Remarque : Le théorème du centre d'inertie possède N fois moins d'information que le principe fondamental de la dynamique puisqu'il ne permet d'obtenir que le mouvement du centre d'inertie (3 équations scalaires) contrairement au PFD qui donne accès au mouvement de tous les points du système ($3N$ équations).

2.2 Interactions fondamentales

Généralités

Dans l'état actuel de nos connaissances, l'étude de la matière depuis l'échelle subatomique jusqu'à l'échelle cosmique permet de postuler l'existence de seulement **quatre interactions fondamentales** permettant d'expliquer tous les phénomènes de la Nature. Ces interactions se caractérisent par des intensités et des échelles d'action très différentes (cf. Table 2.1).

L'interaction gravitationnelle est l'interaction la plus faible dans la nature et paradoxalement la première décrite. Cette interaction est responsable de la pesanteur, des forces de marée et des phénomènes astrophysiques. Pendant plus de deux siècles, la description newtonienne a prédominé jusqu'au début du XX^e siècle où Albert Einstein interpréta la gravitation en termes géométriques, comme une déformation de l'espace-temps, nouveau concept issu de la théorie de la relativité restreinte inventée quelques années auparavant.

Du fait de l'électroneutralité de la matière macroscopique, l'interaction électromagnétique fut correctement modélisée plus tardivement puisqu'il a fallu attendre le début du XIX^e siècle et les travaux de Coulomb, Biot, Savart, Laplace, Ampère, etc. L'interaction électromagnétique est à l'origine de la plupart des phénomènes de notre quotidien : électricité,

magnétisme, forces de contact, réactions chimiques, propagation de la lumière, transport de l'information, cohésion des atomes... Les travaux de Faraday sur l'induction magnétique ont permis de faire un pas décisif vers l'unification du magnétisme et de l'électricité. C'est James Clerk Maxwell qui, en 1864, réalise cette unification en proposant une nouvelle théorie dite *théorie électromagnétique* dont l'une des conséquences est l'existence d'ondes électromagnétiques. Il faudra attendre 1887, huit ans après la mort de J. C. Maxwell, pour que Hertz confirme cette prédiction. Après le succès de la mécanique quantique au début du XX^e siècle, on a cherché à décrire l'interaction électromagnétique en termes de champs quantiques. Cette entreprise, qui débuta par les travaux de Dirac (1928), aboutit à la naissance de *l'électrodynamique quantique* (Quantum Electrodynamics - Feynman *et al*).

L'interaction forte, confinée à l'échelle subatomique, est à l'origine de la cohésion des noyaux atomiques, de la fusion et de la fission nucléaires. C'est Hideki Yukawa qui élabore la première théorie de l'interaction forte en 1935 mais il faudra attendre les années 1970 pour qu'une théorie plus fiable se fasse jour : la chromodynamique quantique, c'est son nom, décrit correctement l'interaction forte à condition de postuler l'existence de nouvelles particules appelées quarks, qui, entre 1967 et 1995, furent toutes découvertes.

L'interaction faible, malgré ses conséquences vitales pour l'espèce humaine¹⁶, opère sur des échelles sub-nucléaires (10^{-18} m) avec une intensité relativement faible. Elle est à l'origine de l'instabilité du neutron et explique notamment la radioactivité bêta.

16: Sans l'interaction faible, le Soleil ne pourrait pas briller...

TABLE 2.1 – Les quatre interactions fondamentales.

Interactions	Caractéristiques	Théories
Gravitationnelle	Attractive, de portée infinie. Notion de masse grave. $f \sim 10^{-37}$ N.	Mécanique classique (1687); Relativité générale (1915).
Électromagnétique	Attractive ou répulsive, de portée infinie. Notion de charge électrique. $f \sim 10$ N.	Électromagnétisme classique (1865); Électrodynamique quantique (1949).
forte	Interaction de très courte portée entre quarks. Notion de charge de couleur. $f \sim 10^3$ N.	Chromodynamique quantique (1970).
faible.	Interaction de très courte portée. $f \sim 10^{-2}$ N.	Théorie électrofaible (1961-1967).

f représente la force ressentie par deux protons distants de 5 fermis ($1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m}$)

C'est Isaac Newton qui le premier unifia la mécanique céleste avec la mécanique terrestre en postulant l'existence d'une interaction attractive entre tous les corps matériels. Cette volonté de simplifier se poursuivit avec les travaux de Maxwell qui procéda à la seconde unification de la physique en inventant l'interaction électromagnétique. Depuis, l'unification de toutes les interactions résiste aux tentatives des physiciens. En effet, à l'heure actuelle, les quatre interactions fondamentales sont décrites séparément mais trois d'entre elles (les interactions faible, électromagnétique et forte) le sont en termes de champs quantiques dans un même formalisme mathématique : le modèle standard dont le succès s'est traduit récemment par la découverte du boson de Higgs en 2013 au CERN de Genève. La gravitation quant à elle s'explique très bien dans le cadre de la théorie de la Relativité Générale qui *n'est*

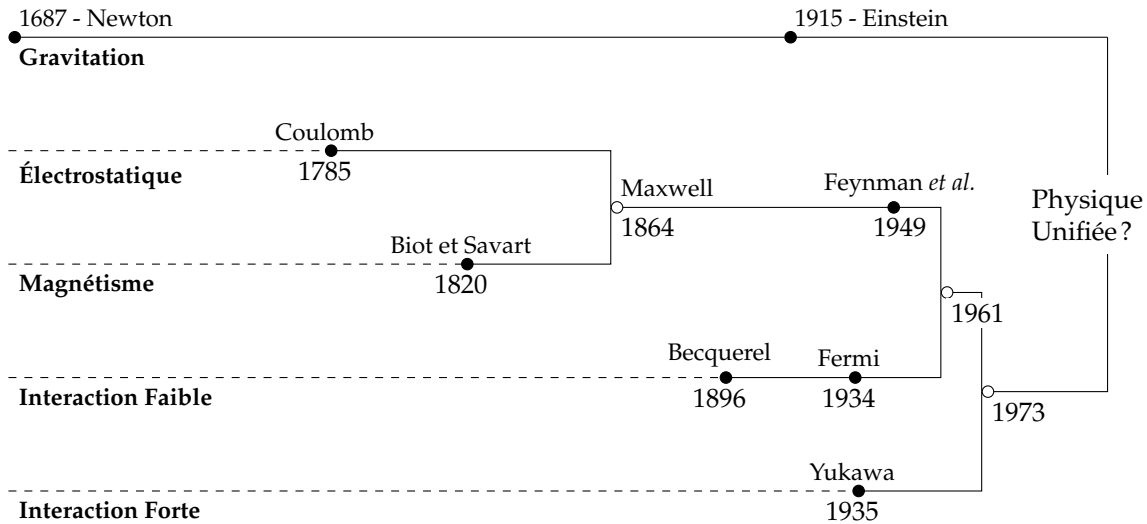


FIGURE 2.2 – Chronologie des différentes théories.

pas une théorie quantique. De nombreux physiciens pensent que la quantification de la gravitation est la clé qui ouvrira les portes à une Physique Unifiée. L'avenir nous le dira...

Gravitation

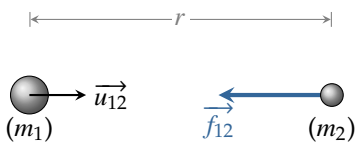


FIGURE 2.3 – Interaction gravitationnelle

La gravitation est une interaction attractive qui concerne toute la matière. Deux masses ponctuelles s'attirent proportionnellement au produit de leur masse et à l'inverse du carré de la distance qui les sépare. Formellement, la force \vec{f}_{12} qu'exerce une masse ponctuelle m_1 sur une masse ponctuelle m_2 s'écrit

$$\vec{f}_{12} = -\mathcal{G} \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{u}_{12} \quad \heartsuit \quad (2.4)$$

La dépendance en $1/r^2$ a été vérifiée expérimentalement sur une échelle allant de $100 \mu\text{m}$ jusqu'aux dimensions du système solaire. Dans le Système international d'unités, les masses, dites *masses graves*, s'expriment en kilogrammes¹⁷ et la constante de gravitation universelle vaut

$$\mathcal{G} \simeq 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$$

17: Voir le principe d'équivalence au Chapitre 3.

[5]: LAUGINIE (2003), "La pesée de la Terre"

La constante de gravitation universelle – En 1798, Henry Cavendish réussit le tour de force de « peser la Terre » à l'aide d'une balance de torsion. Cavendish ne s'intéresse pas à la constante de gravitation mais son expérience revient à la déterminer [5]. De nos jours, la mesure de \mathcal{G} utilise toujours le principe de la balance de torsion associé à quelques raffinements techniques. Pourtant la constante de gravitation reste la constante fondamentale la moins bien connue. À l'heure actuelle on l'estime à

$$\mathcal{G} = (6,674\,30 \pm 0,000\,15) \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^{-2} \quad [\text{Source : 2018 CODATA}]$$

Lorsqu'on approche un point matériel M de masse m près d'un système matériel S ce dernier exerce sur M une force de gravitation qui

dépend de la répartition de la matière au sein de \mathcal{S} . Si l'on décompose le système en un ensemble de N points matériels P_i de masse m_i , et en supposant que la force de gravitation obéit au principe de superposition¹⁸ on pourra écrire que le système \mathcal{S} exerce sur M une force

$$\vec{F} = m \sum_{i=1}^N -\frac{\mathcal{G}m_i}{r_i^2} \vec{u}_i = m \vec{g}(M)$$

où \vec{u}_i est un vecteur unitaire orienté de P_i vers M . Par définition, $\vec{g}(M)$ désigne le **champ de gravitation** au point M .

Une des propriétés étonnantes des interactions en $1/r^2$ est que lorsque la distribution de masse présente une symétrie sphérique¹⁹, le champ de gravitation en M ne dépend que de la distance OM et de la masse contenue dans la sphère de rayon OM .

À retenir

Le champ de gravitation produit par une répartition de masse à symétrie sphérique de centre O , vaut :

$$\vec{g}(r) = -\frac{\mathcal{G}m(r)}{r^2} \vec{u}_r$$

où r est la distance OM , \vec{u}_r le vecteur unitaire radial centrifuge et $m(r)$ la masse contenue dans la sphère de rayon r .

Une conséquence immédiate est qu'une boule à symétrie sphérique de masse m et de rayon R produit, à l'extérieur de la boule, un champ de gravitation identique à celui qu'exercerait une masse ponctuelle de masse m située au centre de la boule :

$$\vec{g}(r \geq R) = -\frac{\mathcal{G}m}{r^2} \vec{u}_r$$

Sur Terre, la force de pesanteur \vec{P} , ou poids, à l'origine de la chute des corps est essentiellement due à la force de gravitation terrestre (cf. Chapitre 11 pour une étude détaillée de la pesanteur terrestre) et l'on peut écrire $\vec{P} \approx m\vec{g}$. Au voisinage du sol, \vec{g} est uniforme et a pour intensité $g \approx 9,8 \text{ N.kg}^{-1}$. Tant que la dimension du corps reste faible devant le rayon terrestre, on montre que le poids s'applique au barycentre des masses et ne dépend que de la position du centre d'inertie. C'est pourquoi lorsque l'on étudie la chute des corps on assimile ces derniers à des points matériels.

Exercice – Calculer le poids d'une roche de masse $m = 1 \text{ kg}$ située à la surface de la Lune sachant que la masse de la Lune vaut $m_L = 7,35.10^{22} \text{ kg}$ et son rayon $R_L = 1737 \text{ km}$.

Rép. $P = 1,62 \text{ N}$

Interaction électromagnétique

L'interaction électromagnétique possède deux aspects : la force électrique et la force magnétique. La force électrique entre deux particules

18: Le principe de superposition est une conséquence de la linéarité des équations qui régissent le champ de force. Si un système \mathcal{S}_1 produit, seul, une force \vec{f}_1 sur un point matériel et qu'un système \mathcal{S}_2 produit sur ce même point une force \vec{f}_2 , alors le principe de superposition stipule que les deux systèmes, agissant simultanément, produiront une force $\vec{f}_1 + \vec{f}_2$. En toute rigueur, les équations de la relativité générale n'étant pas linéaires, la gravitation ne respecte pas le principe de superposition. Cependant, il s'agit d'une bonne approximation si les champs de gravitation sont faibles ce qui est le cas pour tous les corps du système solaire. Pour un texte plus complet sur ce sujet, la répartition de la matière est identique quelle que soit la direction dans laquelle on regarde.

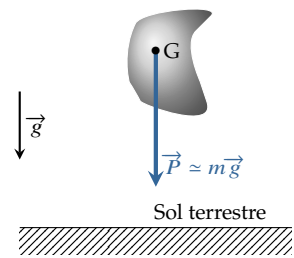


FIGURE 2.4 – Poids d'un corps.

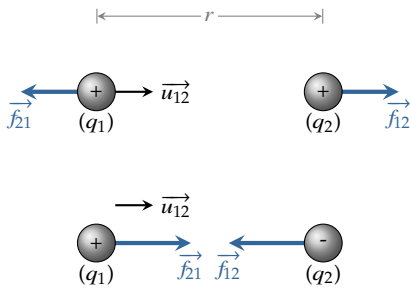


FIGURE 2.5 – Forces de Coulomb

électriquement chargées est soit attractive soit répulsive. L'état électrique des particules est caractérisé par leur charge électrique q , scalaire positif ou négatif. Deux charges ponctuelles de même signe subissent des forces répulsives opposées et coaxiales en accord avec le principe des actions réciproques. Lorsque les deux charges électriques sont de signes opposés, les forces sont attractives.

En 1785, Charles-Augustin Coulomb met en évidence, à l'aide d'une balance de torsion qu'il a réalisée lui-même, la loi qui porte désormais son nom. La force électrique – dite aussi *force coulombienne* – entre deux charges ponctuelles immobiles dans le vide varie comme l'inverse du carré de la distance qui les sépare et dépend de leur quantité de charge :

$$\vec{f}_{12} = K \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_{12} \quad \heartsuit \quad (2.5)$$

Dans le Système international d'unités, les charges s'expriment en coulombs (symbole : C) et la constante K vaut

$$K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9,0 \cdot 10^9 \text{ m.F}^{-1}$$

où ϵ_0 désigne la *permittivité diélectrique du vide*.

Exercice – Dans l'atome d'hydrogène, comparer la force électrique que ressent l'électron de la part du proton avec la force gravitationnelle. On donne

- charge élémentaire : $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ C ;
- masse de l'électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg ;
- masse du proton : $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27}$ kg.

Rép. Le rapport de la force électrique sur la force gravitationnelle vaut $2,3 \cdot 10^{39}$.

Considérons une distribution de charges ponctuelles $q_i, i \in \{1, \dots, N\}$ placées en P_i et une *charge test* Q placée en M . Cherchons à exprimer la force électrique qu'exerce cet ensemble de charges sur la charge test. D'après le principe de superposition²⁰ les forces qu'exercent chacune des charges q_i sur la charge Q ont pour résultante :

$$\vec{F} = Q \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{u}_i}{r_i^2} = Q \sum_{i=1}^N \frac{q_i}{4\pi\epsilon_0} \frac{\vec{P}_i \vec{M}}{P_i M^3} = Q \vec{E}(M)$$

où $\vec{E}(M)$ désigne le **champ électrique** créé en M par la distribution de charges. Notez que la force électrique et la force de gravitation sont mathématiquement analogues : la masse et le champ de gravitation sont à la force de gravitation ce que sont la charge et le champ électrique à la force électrique.

Mises en mouvement, ces charges font apparaître une composante supplémentaire dite **force magnétique**. Par exemple si l'on considère deux charges électriques q_1 et q_2 animées de vitesses respectives \vec{v}_1 et \vec{v}_2 , la force électromagnétique que produit q_1 sur q_2 s'écrit sous la forme

$$\vec{f}_{12} = q_2 \vec{E}_1 + q_2 \vec{v}_2 \wedge \vec{B}_1 \quad \heartsuit \quad (2.6)$$

20: Les équations qui régissent les effets électromagnétiques étant linéaires, les forces électromagnétiques obéissent au principe de superposition.

où \vec{B}_1 désigne, par définition, le **champ magnétique** produit par la charge q_1 . Notez que la force magnétique $q_2 \vec{v}_2 \wedge \vec{B}_1$ est toujours orthogonale à \vec{v}_2 et de ce fait viole le principe des actions réciproques puisqu'elle n'est pas nécessairement portée par la droite qui joint les deux charges.

Les champs magnétiques sont produits à l'aide de courants électriques ou de matériaux aimantés et se mesurent en teslas (symbole : T) dans le Système international d'unités.

Les interactions nucléaires

Les interactions faible et forte ont la particularité d'être des interactions de très courte portée : elles agissent sur une distance caractéristique de l'ordre du fermi (1 fermi = 1 femtomètre = 10^{-15} m). À cette échelle, la physique newtonienne n'opère plus et une description quantique est nécessaire. C'est pourquoi nous n'envisagerons que les interactions électromagnétique et gravitationnelle par la suite.

2.3 Lois phénoménologiques²¹

Lorsque deux corps entrent en contact, dans un premier temps, ce sont les atomes en surface qui interagissent *via* des interactions de courte portée de nature électromagnétique, lesquelles seront responsables de l'apparition, à l'échelle macroscopique, de ce que l'on appelle les **forces de contact**. Dans un deuxième temps, si ces actions de contact sont suffisamment importantes, elles peuvent avoir un effet au sein même du solide et perturber la cohésion du corps ce qui provoque une déformation macroscopique. Nous donnons ici quelques lois phénoménologiques associées à ces actions, sans chercher à les justifier par des modèles atomiques.

Contact solide-solide

Le contact entre deux solides fait apparaître deux forces : une force \vec{N} normale au support et une force \vec{T} tangentielle au support, dite **force de frottement solide** qui s'oppose au glissement.

Amontons (1699) et Coulomb (1785) ont établi les lois du frottement solide que l'on peut résumer ainsi.

1. En l'absence de frottement, $T = 0$.
2. En présence de frottement on distingue deux cas de figure.
 - a) Il y a adhérence et donc absence de glissement tant que $T < \mu_s N$ où μ_s désigne le **coefficient de frottement statique**.
 - b) Lorsque la condition ci-dessus ne peut plus être respectée, il y a glissement avec frottement. La force de frottement est opposée à la vitesse de glissement²² et $T = \mu_d N$ où μ_d désigne le **coefficient de frottement dynamique**. Les

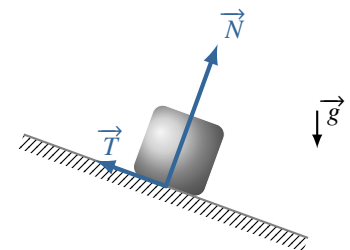


FIGURE 2.6 – Forces de contact solide-solide.

22: La vitesse de glissement est la vitesse d'un point M du solide situé au voisinage de la surface de contact, par rapport au support.

21: Loi de comportement qui permet de décrire, dans un certain domaine de validité, un phénomène. En général, cette loi fait appel à des paramètres déterminés par l'expérience. Une loi phénoménologique n'est pas fondamentale.

TABLE 2.2 – Quelques valeurs de coefficient de frottement statique.

Interfaces	acier/acier	acier/téflon	pneu/route	bois/bois
μ_s	0,18	0,04	~ 0,8	0,65

coefficients μ_s et μ_d sont assez proches et en général on a $\mu_s > \mu_d$. La Table 2.2 donne quelques valeurs de μ_s .

Contact fluide-solide

Considérons un obstacle solide plongé dans un fluide de masse volumique ρ_f . Nous distinguerons deux cas suivant qu'il y a écoulement ou non autour du solide.

Le fluide est au repos

Lorsque le fluide est à l'équilibre dans le référentiel lié au solide, les seules forces à considérer sont des forces de pression. La **poussée d'Archimède** $\vec{\Pi}$ désigne la résultante de ces forces dans le cas courant où le fluide est à l'équilibre dans le champ de pesanteur. On retiendra l'énoncé suivant.

Théorème d'Archimède (250 av. J.-C.)

Tout corps immergé partiellement ou totalement dans un fluide subit de la part de celui-ci une poussée verticale, dirigée vers le haut, appelée **poussée d'Archimède**, dont l'intensité est égale au poids du volume de fluide déplacé.

Le point d'application de cette force est le centre de poussée; il est différent, en général, du centre de gravité.

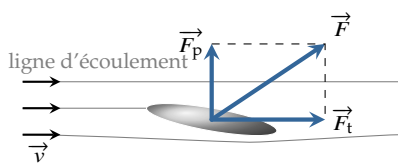


FIGURE 2.7 – Traînée et portance.

Le fluide est en mouvement

Supposons un solide plongé dans un fluide en écoulement permanent de vitesse \vec{v} loin de l'obstacle. L'écoulement autour de l'obstacle fait apparaître, en plus de la poussée d'Archimède, des forces de friction, dites **forces de viscosité** dont la résultante se décompose en deux actions.

- La traînée \vec{F}_t de même sens que \vec{v} et donc opposée à la vitesse relative du solide par rapport au fluide, est toujours présente dans un fluide visqueux; cette force est responsable de la résistance au déplacement dans un fluide.
- La portance \vec{F}_p , orthogonale à la vitesse, est responsable du maintien en vol des avions (quand elle est opposée au poids) ou du maintien au sol de certains véhicules de course (elle est dans ce cas dirigée vers le sol).

Pour des raisons de symétrie, la portance disparaît quand l'obstacle présente un axe de symétrie de même direction que \vec{v} . C'est pourquoi, un corps sphérique ne subit pas de portance, quelle que soit la direction dans laquelle il se déplace²³.

23: Une portance apparaît cependant lorsque l'obstacle sphérique est en rotation sur lui-même : c'est l'effet Magnus.

Une analyse dimensionnelle montre que ces forces peuvent s'exprimer ainsi :

$$F_t = \frac{1}{2} \rho_f S C_x v^2$$

$$F_p = \frac{1}{2} \rho_f S C_z v^2$$

où C_x et C_z désignent les **coefficients de traînée et de portance**, ρ_f la masse volumique du fluide, v la vitesse d'écoulement et S une section droite de l'obstacle. Les coefficients C_x et C_z sont sans dimension et dépendent de façon complexe du régime d'écoulement. Pour simplifier, on retiendra les deux cas limites suivants.

- À grande vitesse ces coefficients sont quasi constants et les forces varient alors de façon quadratique avec la vitesse.

Obstacle	Sphère	Plaque	Voiture moyenne	Obstacle profilé
C_x	0,41	1,2	0,35	$\lesssim 0,1$

- À faible vitesse²⁴, les coefficients C_x et C_z varient comme l'inverse de la vitesse de sorte que les forces de friction varient proportionnellement à la vitesse. Dans le cas particulier d'un corps en mouvement lent suivant son axe de symétrie, la force de frottement fluide qu'il subit s'écrit

$$F_t = \alpha v \quad \text{avec} \quad \alpha = C^{te}$$

Loi de Stokes

Stokes a montré que dans le cas d'un corps sphérique de rayon r , le coefficient α vaut $6\pi\eta r$ où η désigne la viscosité du fluide. Cette loi n'est valide qu'à condition que le nombre de Reynolds $R_e = 2\rho_f v r / \eta$ soit petit devant 1. La physique des suspensions (particules solides mélangées à un liquide) et des émulsions (mélange non miscible de gouttelettes liquides dans un autre liquide) est régie par cette loi.

Tension

Lorsque l'on tire sur un fil extensible (élastique) ou un ressort celui-ci s'allonge, dans un premier temps, proportionnellement à la force appliquée. On dit que le comportement est *élastique*. Ce comportement est caractéristique de la matière solide et est réversible. En revanche, lorsque la force dépasse une valeur seuil, le comportement n'est plus réversible; on obtient alors un *comportement plastique* qui prévient en général la rupture.

Considérons le cas du ressort à spires non jointives : lorsque l'on étire légèrement un ressort d'une longueur $\Delta\ell$, il produit sur l'agent qui le déforme une force, dite **tension élastique**, proportionnelle à $\Delta\ell$ dans une direction opposée à l'étirement. De même si l'on comprime un peu le ressort d'une quantité $\Delta\ell$, ce dernier produit une force identique mais dans la direction opposée. Formellement, en définissant le vecteur

TABLE 2.3 – C_x à grande vitesse pour différents obstacles.

24: En mécanique des fluides, le régime d'écoulement est caractérisé par le *nombre de Reynolds*. Ce nombre sans dimension vaut $R_e = \mu_f v d / \eta$ où d désigne une dimension caractéristique de l'obstacle et η la viscosité du fluide. On entend par « grande vitesse », un régime d'écoulement à fort nombre de Reynolds (typiquement 10^5) et par « faible vitesse » un régime à faible nombre de Reynolds (≤ 1).

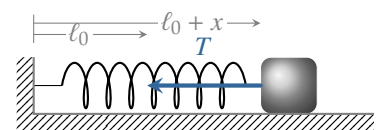


FIGURE 2.8 – Tension élastique.

unitaire \vec{u}_x orienté de l'extrémité fixe vers l'extrémité mobile du ressort, cela donne :

$$\vec{T} = -k(\ell - \ell_0)\vec{u}_x \quad \heartsuit \quad (2.7)$$

avec ℓ_0 la longueur au repos, ℓ sa longueur et k la **constante de raideur**. La constante de raideur est une donnée phénoménologique qui mesure la résistance à l'allongement et qui s'exprime en N.m^{-1} . Notez que pour un élastique, la tension n'existe que si le fil est tendu, c'est-à-dire si $\ell \geq \ell_0$. Par contre, un ressort peut être comprimé ou étiré de telle sorte que la loi 2.7 est valable quel que soit le signe de l'allongement $x = \ell - \ell_0$.

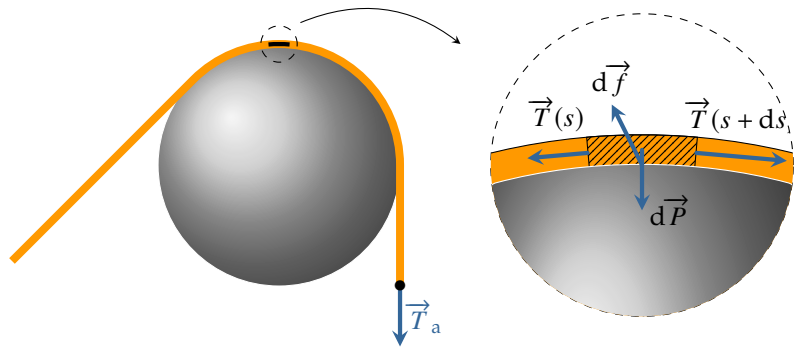


FIGURE 2.9 – Fil tendu sur un support.

Interrogeons-nous maintenant sur la façon dont la tension est transmise le long d'un fil tendu. Supposons que l'on tende un fil en appliquant à son extrémité une force de tension \vec{T}_a , le fil étant éventuellement en contact avec une surface (gorge d'une poulie par exemple). Isolons par la pensée une portion de fil située entre s et $s + ds$ où s désigne l'abscisse curviligne le long du fil. Cette portion de masse dm est soumise à quatre forces :

- une force de cohésion $\vec{T}(s + ds)$ due à la partie se trouvant à droite du système ;
- une force de cohésion $\vec{T}(s)$ exercée de l'autre côté ;
- une force de contact $d\vec{f}$;
- et la pesanteur $d\vec{P} = dm\vec{g}$.

Si l'on note $\vec{a}(s)$ l'accélération au point de coordonnée s , le principe fondamental de la dynamique impose

$$dm\vec{a}(s) = \vec{T}(s) + \vec{T}(s + ds) + d\vec{f} + dm\vec{g}$$

Ainsi cette relation associée aux lois sur le frottement et aux lois de l'élasticité permet d'étudier la dynamique du fil. On peut retenir un résultat particulièrement simple concernant les **fils sans masse glissant sans frottement** . En effet dans ce cas

$$T(s) = T(s + ds) \quad \implies \quad T(s) = C^{\text{te}}$$

La tension est donc uniforme le long du fil. Par continuité on déduit que $T = T_a$.

En conclusion, **Un fil sans masse se déplaçant sans frottement, transmet intégralement la tension.**